

Контрольная работа  
по математике (профильный уровень)  
11 класс  
1 полугодие

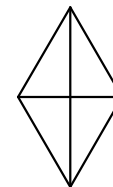
5-7 баллов удовлетворительно  
8-11 баллов хорошо  
12 баллов и выше отлично

### Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

1

Площадь ромба равна 30. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите длину другой диагонали.



Ответ: \_\_\_\_\_.

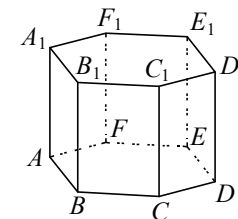
2

Длина вектора  $\vec{a}$  равна  $14\sqrt{2}$ , угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $135^\circ$ , а скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно  $-28$ . Найдите длину вектора  $\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все рёбра равны 30. Найдите тангенс угла между прямыми  $C_1 F$  и  $A A_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,96. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,61. Найдите вероятность того, что в понедельник число пассажиров автобуса будет от 14 до 21 включительно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Игральную кость бросали один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

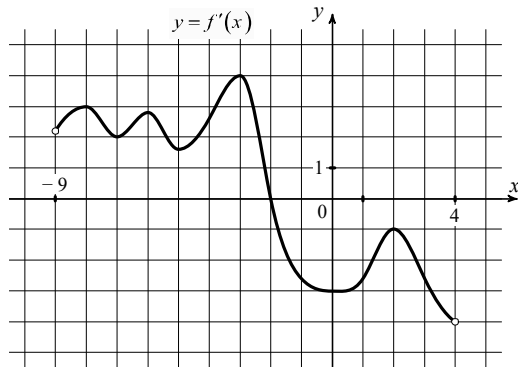
- 6 Найдите корень уравнения  $36^{x-12} = \frac{1}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{8(\sin^2 71^\circ - \cos^2 71^\circ)}{\cos 142^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-7; -3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

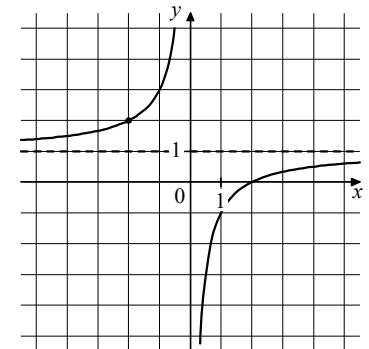
- 9 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 96$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На изготовление 27 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 54 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите значение  $x$ , при котором значение функции равно 1,08.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = 5x - \ln(x + 5) + 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение  $\frac{3\cos 2x - 5\sqrt{2}\cos x + 5}{9\sin^2 x - 7} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$ .

14

Основание пирамиды  $SABC$  — прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Ребро  $SA$  является высотой пирамиды. Точки  $E$  и  $F$  лежат на рёбрах  $AC$  и  $BS$  соответственно так, что  $SF:FB = AE:EC = 1:5$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точки  $E$  и  $F$  перпендикулярно прямой  $AC$ , является прямоугольником.

б) Точки  $H$  и  $M$  — точки пересечения плоскости  $\alpha$  с прямыми  $AB$  и  $CS$  соответственно. Найдите объём многогранника  $BCMEHF$ , если объём пирамиды  $SABC$  равен 216.

15

Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{5}}(25 - 25x) < \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 4x + 3) + \log_{\frac{1}{5}}(x + 7)$ .

16

В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,6S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждый платёж будет меньше 2,5 млн рублей.

17

В треугольнике  $ABC$  биссектрисы  $AK$  и  $BL$  пересекаются в точке  $I$ . Известно, что около четырёхугольника  $CKIL$  можно описать окружность.

а) Докажите, что угол  $BCA$  равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если его периметр равен 32 и  $IC = 6$ .

18

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_a \sqrt{21 + 4a^{2\cos x}} = 2\cos x$$

имеет хотя бы одно решение.

19

Пусть  $\overline{ml}$  обозначает двузначное число, равное  $10m + l$ , где  $m$  и  $l$  — цифры,  $m \neq 0$ .

а) Существуют ли такие различные ненулевые цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 99$ ?

б) Существуют ли такие различные ненулевые цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 1485$ , если среди цифр  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  есть цифра 5?

в) Какое наибольшее значение может принимать выражение  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc}$ , если цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  различны и среди них есть цифры 4 и 6?